Magistério de Matemática

Parte I

Município de Mesquita

2010

Banca CEPERJ

Mesquita 2010

1. *O conjunto solução da inequação em* $\mathbb{R}$ $\dfrac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 9} \leq 0$

A) $S = \{x \in R \mid 3 < x \leq 2 \text{ ou } 3 < x \leq 6\}$

B) $S = \{x \in R \mid -3 < x \leq 2 \text{ ou } 3 < x \leq 6\}$

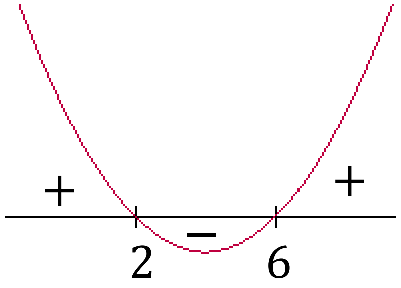
C) $S = \{x \in R \mid 3 < x \leq 2 \text{ ou } -3 < x \leq 6\}$

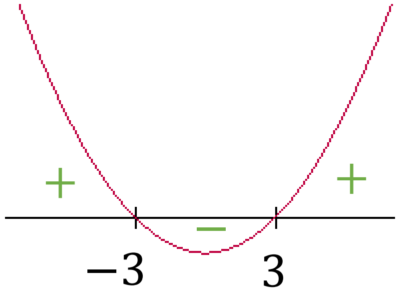
D) $S = \{x \in R \mid -3 > x \geq 2 \text{ ou } 3 < x \leq 6\}$

E) $S = \{x \in R \mid -3 > x \geq 2 \text{ ou } 3 > x \geq 6\}$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0 \qquad x^2 - 9 < 0$$

$$(x-2)(x-6) \leq 0 \qquad (x+3)(x-3) < 0$$





$$-3 < x \leq 2 \qquad 3 < x \leq 6$$

2. Dois lados de um triângulo medem 6 cm e 8cm. As possíveis medidas do outro lado, sabendo que o triângulo é acutângulo, são:

$a) \; -2\sqrt{7} < x < 10$

b) $-2\sqrt{7} > x > -10$

c) $2\sqrt{7} < x < 10$

d) $x < 10$

e) $-2\sqrt{7} < x < -10$

$x^2 + 6^2 > 8^2$

$x^2 + 36 > 64$

$x^2 > 32$

$x > 2\sqrt{7}$

$6^2 + 8^2 > x^2$

$36 + 64 > x^2$

$100 > x^2$

$10 > 10$

$\Rightarrow \; 2\sqrt{7} < x < 10$

3. *O número complexo Z tal que* $z - i^{26} = i^{33} - z$ é:

$a)\ z = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$

b) $z = \frac{1}{2} - \frac{i}{2}$

c) $z = -1 + \frac{i}{2}$

d) $z = -1 - \frac{i}{2}$

e) $z = -\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$

$z - i^2 = i - z \Rightarrow 2z - (-1) = i \Rightarrow 2z + 1 = i \Rightarrow 2z = -1 + i$

$\Rightarrow z = -\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$

$$\begin{array}{r|l} 26 & 4 \\ \hline 2 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 33 & 4 \\ \hline 1 & 8 \end{array}$$

4. No lançamento de dois dados a probabilidade de se obter, nas faces voltadas para cima, a soma dos pontos igual a 5 é de:

a) 25%
b) 13%
c) 11,1111...%
d) 0,111...%
e) 1,111...%

$$Evento = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$$

$$P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = \ 0,111\ldots = 11,111\ldots\%$$

Mesquita 2010

5. Um feirante compra 3 maças por R$2,00 e vende 4 maças por R$6,00. A quantidade de maças que ele deve vender para que obtenha um lucro de R$40,00 é:

a) 18
b) 24
c) 48
d) 60
e) 36

$$Lucro = venda - custo \Rightarrow 40 = \frac{6x}{4} - \frac{2x}{3} \Rightarrow 480 = 18x - 8x \Rightarrow 480 = 10x$$

$$\Rightarrow x = 48$$

$6. Simplificando\ \frac{5}{3}\ .\ \sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}\ tem-se\ que:$

a) 27
b) 30
c) 9
d) 3,9876
e) 45

$$\frac{5}{3}\ .\ \sqrt[7]{\frac{3^{21}(3^2+1)}{10}} = \frac{5}{3}\ .\ \sqrt[7]{\frac{3^{21}.\cancel{10}}{\cancel{10}}} = \frac{5}{3}\ .\ 3^3 = 5.9 = 45$$

Mesquita 2010

$7. Sabendo - se\ que\ a + b = 0{,}5\ e\ ab \neq 0\ , o\ valor\ de \dfrac{[a^2 + b(b + 2a)]^{\frac{1}{2}}}{(a + b)^{-1}} + \dfrac{(a^{-1} + b^{-1}).ab}{(-b - a)^2}$ é:

a) 5
b) 5/2
c) 2/5
d) 9/4
e) 1/2

$$\frac{[a^2 + b^2 + 2ab]^{\frac{1}{2}}}{(a + b)^{-1}} + \frac{\cancel{(b + a)}}{\cancel{(a + b)}(a + b)} \Rightarrow \frac{[(a + b)^2]^{\frac{1}{2}}}{(a + b)^{-1}} + \frac{1}{a + b} \Rightarrow \frac{a + b}{(a + b)^{-1}} + \frac{1}{a + b}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{2} + 1.2 \Rightarrow \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

Mesquita 2010

$8. Sabendo - se\ que\ x = \dfrac{1+\sqrt[3]{2}}{5}, o\ valor\ da\ expressão\ 1 - \dfrac{1}{1+\dfrac{x}{1-x}}$ é:

$a)\ \dfrac{1+\sqrt{2}}{5}$

$b)\ \dfrac{1+\sqrt[3]{3}}{5}$

$c)\ \dfrac{1-\sqrt[3]{3}}{5}$

$d)\ \dfrac{1+\sqrt[3]{2}}{5}$

$$1 - \frac{1}{1+\dfrac{x}{1-x}} = 1 - \frac{1}{\dfrac{1-\cancel{x}+\cancel{x}}{1-x}} = 1 - \frac{1}{\dfrac{1}{1-x}} = 1 - 1.(1-x) = \cancel{1} - \cancel{1} + x = x$$

$$x = \frac{1+\sqrt[3]{2}}{5}$$

Mesquita 2010

9. $Se\ a^2 = 73^6\ , b^3 = 73^{11}\ , c^5 = 73^9, o\ valor\ de\ (abc)^{15}$ é

$a)\ 73^{77}$

$a^2 = 73^6 \Rightarrow a = 73^3$

b) 73^{87}

$b^3 = 73^{11} \Rightarrow b = (73^{11})^{\frac{1}{3}} \Rightarrow b = 73^{\frac{11}{3}}$

c) 73^{97}

d) 73^{117}

$c^5 = 73^9 \Rightarrow c = 73^{\frac{9}{5}}$

e) 73^{127}

$$(a.b.c)^{15} = \left(73^3 . 73^{\frac{11}{3}} . 73^{\frac{9}{5}}\right)^{15} = 73^{45} . 73^{55} . 73^{27} = 73^{127}$$

Mesquita 2010

10. O menor inteiro positivo n para o qual qualquer subconjunto de n elementos de (1,2,3,...,20) contém dois números cuja diferença é 8, é:

a) 12
b) 13
c) 27
d) 31
e) 21

$Se\ eu\ crio\ um\ subconjunto\ com\ os\ elementos\ \{\ 1{,}2{,}3{,}4{,}5{,}6{,}7{,}8{,}17{,}18{,}19{,}20\}\ a\ diferença\ nunca\ será\ igual\ a\ 8.$

$Logo, se\ eu\ acrescentar\ mais\ um\ elemento\ teremos\ uma\ diferença\ que\ será\ igual\ a\ 8.$

$Portanto, n = 13.$

Mesquita 2010

$Questão\ 11)\ A\ inversa\ da\ função\ y = -1 + \ln(x-1)\ está\ apresentado\ na\ alternativa$:

$a)\ y = -1 + e^{x+1}$

b) $y = 1 + e^{x+1}$

c) $y = 1 - e^{x+1}$

d) $y = 1 + e^{x}$

e) $y = 1 + e^{-x+1}$

$x = -1 + \ln(y-1) \Rightarrow x + 1 = \ln(y-1) \Rightarrow e^{x+1} = y - 1 \Rightarrow y^{-1} = 1 + e^{x+1}$

12. O perímetro de um retângulo é 100, e a diagonal mede x. A área do retângulo equivale a:

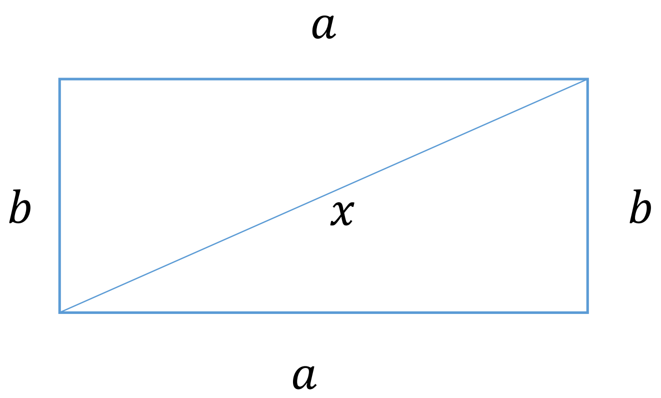
$a)\ 625 - x$

$b)\ 625 - \frac{x^2}{2}$

$c)\ 1250 - \frac{x^2}{2}$

$d)\ 250 - \frac{x^2}{2}$

$e)\ 2500 - \frac{x^2}{2}$



$$Área\ do\ retângulo = a.b$$

$$2a + 2b = 100 \Rightarrow a + b = 50$$

$$a^2 + b^2 = x^2$$

$$(a+b)^2 - 2ab = x^2 \Rightarrow 50^2 - 2ab = x^2$$

$$\Rightarrow 2500 - x^2 = 2ab \Rightarrow ab = \frac{2500}{2} - \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow ab = 1250 - \frac{x^2}{2}$$

Mesquita 2010

13. *A função f é dada pela tabela a seguir*

X	1	2	3	4	5
$f(x)$	4	1	3	5	2

$$f(f(\ldots(f(4)\ldots))\ 2004\ vezes$$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

$f(4) = 5 \Rightarrow f(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow f(1) = 4$

$f(4) = 5 \Rightarrow f(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow f(1) = 4$

$Número\ 2004 \Rightarrow f(1) = 4$

Mesquita 2010

14. A soma dos termos de ordem ímpar de uma P.G infinita é 20, e a soma dos termos de ordem par é 10. Então, o primeiro termo é:

a) 15
b) 17
c) 5
d) 10
e) 20

$Ordem\ ímpar$

$$(a1, a1.q^2, a1.q^4, \dots)$$

$$Sn = \frac{a1}{1-q} \Rightarrow 20 = \frac{a1}{1-q^2}$$

$Ordem\ par$

$$(a1.q, a1.q^3, a1.q^5, \dots)$$

$$10 = \frac{a1.q}{1-q^2}$$

$$q\ ordem\ ímpar = \frac{a1.q^2}{a1} = q^2$$

$$q\ ordem\ par = \frac{a1.q^3}{a1.q} = q^2$$

$$2 = \frac{\cancel{a1}}{\cancel{1-q^2}} \cdot \frac{\cancel{1-q^2}}{\cancel{a1}.q} \Rightarrow 2 = \frac{1}{q} \Rightarrow 2q = 1 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$20 = \frac{a1}{1-\frac{1}{4}} \Rightarrow 20 = \frac{a1}{\frac{3}{4}} \Rightarrow a1 = \frac{60}{4} = 15$$

Banca CEPERJ

Mesquita 2010

15. $Se\ \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}\ ,então\ (1 + tg\alpha)(1 + tg\beta)\ vale$:

$a)$ 1

$b)$ 2

$c)$ 2 $tg\alpha$

d) 2 $tg\beta$

$e)$ $tg\alpha . tg\beta$

$$tg(\alpha + \beta) = tg45° \Rightarrow tg(\alpha + \beta) = 1$$

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha . tg\beta} \Rightarrow \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha . tg\beta} = 1 \Rightarrow tg\alpha + tg\beta = 1 - tg\alpha . tg\beta$$

$$(1 + tg\alpha)(1 + tg\beta) = 1 + tg\alpha + tg\beta + tg\alpha . tg\beta = 1 + 1 - \cancel{tg\alpha . tg\beta} + \cancel{tg\alpha . tg\beta} = 2$$

Mesquita 2010

$16.\, Dado\ que\ seno\ a = \frac{1}{3}\ , sendo \frac{\pi}{2} < a < \pi, o\ valor\ de\ cosseno\ de\ a$ é:

$a)\ cosa = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

b) $cosa = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

$c)\ cosa = -\frac{2}{3}$

d) $cosa = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

e) $cosa = \frac{-\sqrt{2}}{3}$

$$sen^2x + cos^2x = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 + cos^2x = 1 \Rightarrow cos^2x = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow cos^2x = \frac{8}{9} \Rightarrow cosx = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

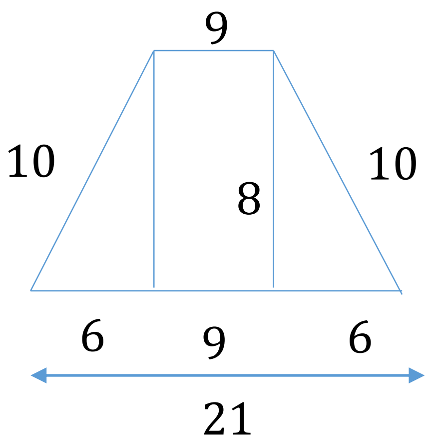
$Segundo\ quadrante\ o\ cosseno$ é $negativo, logo, cosx = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Mesquita 2010

17. O volume de uma pirâmide de altura 12 cm cuja base é um trapézio isósceles de lados 10cm, 10cm, 9 cm e 21cm é:

a) 280cm³
b) 240cm³
c) 420cm³
d) 380cm³
e) 480cm³

$$V = \frac{AB.h}{3} = \frac{120.12}{3} = 120.4 = 480$$



$$Área\ do\ trapézio = \frac{(B+b).h}{2} \Rightarrow A = \frac{(21+9).8}{2} = 30.4 = 120$$

Mesquita 2010

$18.\ A\ reta\ de\ equação\ x - y + k = 0$ é $tangente$ à $circunferência\ de\ equação\ x^2 + y^2 = 9.\ O\ valor\ de\ k$ é:

$a)\ \pm 2\sqrt{2}$

$b)\ \pm 3\sqrt{3}$

$c)\ \pm \sqrt{2}$

$d)\ \pm 2\sqrt{3}$

$e)\ \pm 3\sqrt{2}$

$$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 3^2 \Rightarrow C(0{,}0)\ e\ raio = 3$$

$$d = \left|\frac{Aa + Bb + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right| \Rightarrow 3 = \left|\frac{1.0 - 1.0 + k}{\sqrt{1^2 + 1^2}}\right| \Rightarrow 3 = \frac{\pm k}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = \pm 3\sqrt{2}$$

Mesquita 2010

19. $A\ equação\ da\ elipse\ com\ centro\ em\ (2,-1);\ eixo\ maior\ 2a = 6;\ e\ foco\ F1(0,-1)está\ expressa\ na\ seguinte\ alternativa$:

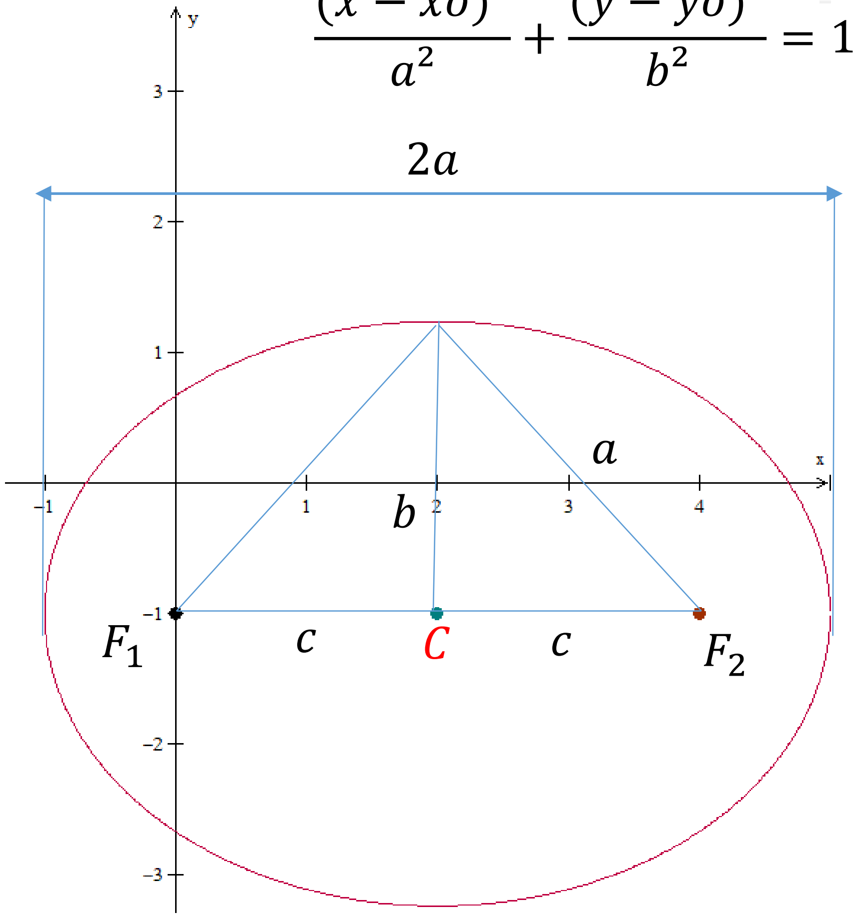
$a)\ \frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1$

b) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = -1$

c) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$

d) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = -1$

e) $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{5} = 1$



$$\frac{(x-xo)^2}{a^2} + \frac{(y-yo)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow b^2 + 2^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5}$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$$